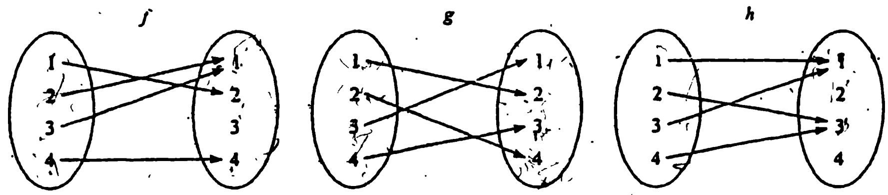
PISMENI ISPIT IZ LOGIKE [MAJ 2009]

Zadatak 1. Na narednoj slici definisane su funkcije f, g i h iz skupa $A = \{1, 2, 3, 4\}$ u A.



a) Odrediti $Im(f), Im(g)$ i $Im(h)$, imaž ili skup slika funkcija f, g i h redom.

b) Odrediti kompozicije $f \circ g$, $h \circ f$ i $g^2 = g \circ g$.

c) Odrediti kompozicije $h \circ g \circ f$ i $f \circ g \circ h$.

$Im(f) = \{1, 2, 3\}$

$f \circ g = \{(1,1)(2,4)(3,2)(4,1)\}$

Zadatak 2. Metodom istinosnih tablica ili čišćenja ispitati koje su od navedenih formula tautologije. One koje to jesu, dokazati:

a) $A \to ((A \land B) \leftrightarrow B)$; T ✓

b) $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow (A \leftrightarrow B))$; T ✓

c) $((A \to \neg A) \to \neg A) \to ((\neg B \to \neg B) \to B)$.

Zadatak 3. Ispitati valjanost sledećih formula predikatske logike. Valjane formule dokazati a za one koje to nisu navesti kontramodel:

a) $(\exists x F(x) \land \forall x G(x)) \to \exists x (F(x) \land G(x))$;

b) $\neg \forall x F(x) \lor \exists x F(x)$;

c) $\neg \exists x F(x) \lor \forall x F(x)$.

$f \circ g = f(g(x))$

$h \circ g \circ f = h(g(f(x)))$

$= \{(1,3), (2,3), (3,3), (4,1)\}$

Pismeni ispit iz logike [Oktobar 2, 2009]

Zadatak 1.

Za svako od narednih tvrđenja odrediti da li je istinito ili lažno:

a) $1 \in \{1\}$;

b) $\{1\} \subseteq \{1\}$;

c) $\{1\} \in \{1\}$;

d) $\varnothing \subseteq \{1\}$;

e) $\varnothing \in \{1\}$.

Zadatak 2.

Metodom istinosnih tablica ili čišćenja ispitati koje su od navedenih formula tautologije. One koje to jesu, dokazati:

a) $((A \to B) \wedge (\neg A \wedge C)) \to ((A \vee B) \wedge (\neg A \to C))$;

b) $((A \leftrightarrow B) \to C) \leftrightarrow (((A \wedge B) \to C) \wedge ((\neg A \wedge \neg B) \to C))$;

c) $((A \to C) \wedge ((\neg A \wedge B) \to C)) \to ((A \vee B) \to C)$.

Zadatak 3.

Ispitati valjanost sledećih formula predikatske logike. Valjane formule dokazati a za one koje to nisu navesti kontramodel:

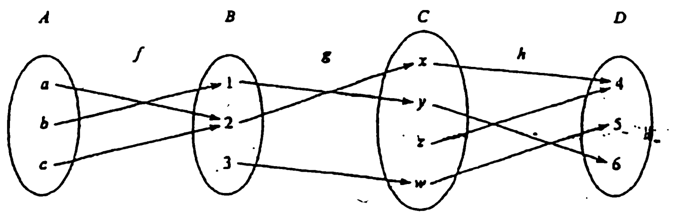
a) $\exists x(F(x) \wedge \forall y(G(y) \to H(x,y))) \to \forall y(G(y) \to \exists x(F(x) \wedge H(x,y)))$;

b) $\neg \exists x(F(x) \wedge \neg G(x)) \to \forall x(\neg G(x) \to \neg F(x))$;

c) $(\forall x(F(x) \to \neg G(x)) \wedge \exists x(H(x) \wedge G(x))) \to \forall x(F(x) \to \neg H(x))$.

PISMENI ISPIT IZ LOGIKE [JUNI 2009]

Zadatak 1. Neka su funkcije $f : A \to B$, $g : B \to C$ i $h : C \to D$ definisane donjom slikom.



Za svaku od navedenih funkcija utvrditi da li je: 4 3

a) injekcija (*1-1*); g

b) surjekcija (*na*); h

c) bijekcija. x

Zadatak 2. Metodom istinosnih tablica ili čišćenja ispitati koje su od navedenih formula tautologije. One koje to jesu, dokazati:

a) $(A \to (\neg(C \wedge D) \to \neg B)) \to ((B \wedge \neg(C \wedge D)) \to \neg A)$; ТАЧ 1 10

b) $(\neg A \wedge \neg B) \to \neg(A \to B)$; НЕ.ТАЧ 5 4 5

c) $A \leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee \neg B))$. ТАЧ

Zadatak 3. Ispitati valjanost sledećih formula predikatske logike. Valjane formule dokazati a za one koje to nisu navesti kontramodel:

a) $\forall x(F(x) \leftrightarrow G(x)) \to (\forall x F(x) \leftrightarrow \forall x G(x))$; 5 1 10

b) $\forall x(F(x) \to (G(x) \vee H(x))) \to (\forall x(F(x) \to G(x)) \vee \exists x(F(x) \wedge H(x)))$; 4 5

c) $\neg(\exists x \neg F(x) \to \forall x G(x)) \to \exists x \neg(\neg F(x) \to G(x))$.

Александра Смиљковић I/26

Д и И

PISMENI ISPIT IZ LOGIKE [JANUAR 2010]

Zadatak 1. Neka su dati skupovi $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ i $Y = \{a, b, c, d\}$. Odrediti:

a) $X \times Y$;
b) $Y \times X$;
c) $Y \times Y$.

Zadatak 2. Metodom istinosnih tablica ili čišćenja ispitati koje su od navedenih formula tautologije. One koje to jesu, dokazati.

a) $(\neg(A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B)) \wedge (\neg(A \vee B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$; ⊥

b) $((\neg C \rightarrow \neg\neg A) \wedge (\neg C \rightarrow \neg B)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C)$; T ✓

c) $((A \wedge B) \rightarrow (A \wedge \neg\neg B)) \wedge ((\neg\neg A \wedge \neg\neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$. T ✓

Zadatak 3. Ispitati valjanost sledećih formula predikatske logike. Valjane formule dokazati a za one koje to nisu navesti kontramodel:

a) $\neg\forall x(Fx \rightarrow Gx) \leftrightarrow \exists x(Fx \wedge \neg Gx)$;

b) $((\exists xFx \vee \exists xGx) \wedge \forall x\neg Fx) \rightarrow \exists xGx$;

c) $(\neg\forall xFx \vee \neg\forall x\neg Fx) \rightarrow (\neg\exists xFx \vee \forall xFx)$.

2 c

$A \wedge B$ $A \wedge B$ A $\neg\neg B$ $A \wedge \neg\neg B$ $(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge \neg\neg B)$

$A \rightarrow \neg\neg B$ A $\neg B$ $\neg\neg A \wedge \neg\neg B$ $\neg\neg B$ $\perp$ $\neg(A \rightarrow \neg B)$ $(\neg\neg A \wedge \neg\neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$

Pismeni ispit iz logike [Oktobar 2009]

Zadatak 1.

Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i neka su date funkcije $f : A \to A$, $f = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$ i $g : A \to A$, $g = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,1)\}$.
Odrediti:

a) $f \circ g$;

b) $f \circ f$;

c) $g \circ f$.

Zadatak 2.

Metodom istinosnih tablica ili čišćenja ispitati koje su od navedenih formula tautologije. One koje to jesu, dokazati:

a) $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \leftrightarrow \neg B)$;

b) $(A \wedge \neg\neg B) \vee (B \to \neg A)$;

c) $(A \wedge (\neg A \vee (B \to A))) \to (((B \vee A) \to \neg A) \wedge A)$.

Zadatak 3.

Ispitati valjanost sledećih formula predikatske logike. Valjane formule dokazati a za one koje to nisu navesti kontramodel:

a) $\neg\exists x F(x) \leftrightarrow (\forall x(F(x) \to G(x)) \wedge \forall x(F(x) \to \neg G(x)))$;

b) $\forall x(F(x) \to G(x)) \to \neg\exists x F x$;

c) $\forall x(F(x) \to (G(x) \to F(x)))$.